



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

**ÁREAS DE REGIONES
CIRCULARES**

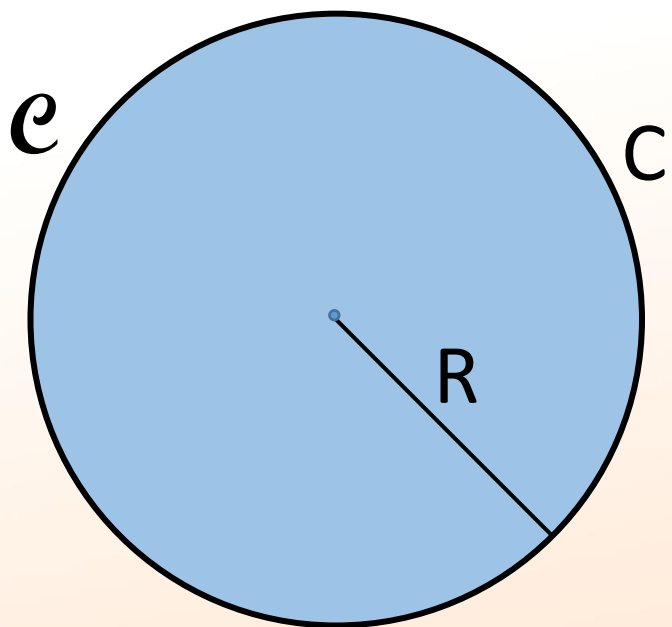
**CICLO
PRE
2024-I**



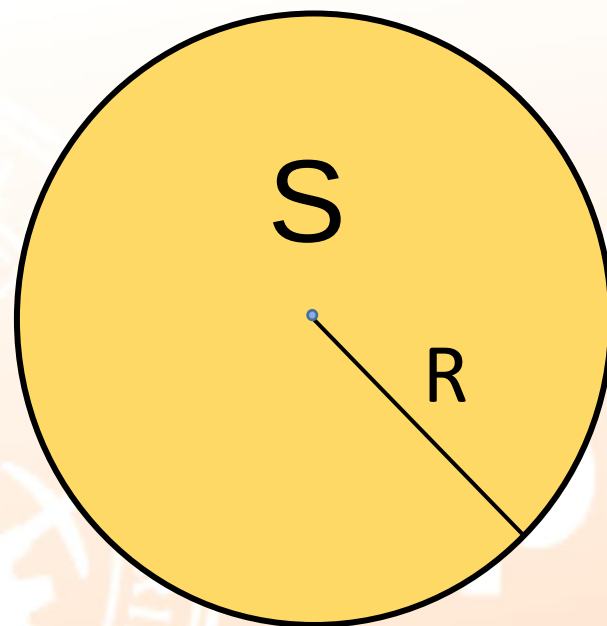
CÍRCULO

Es la unión de una circunferencia **C** y su interior.

Teorema.- El área de un círculo de longitud de radio **R**, es



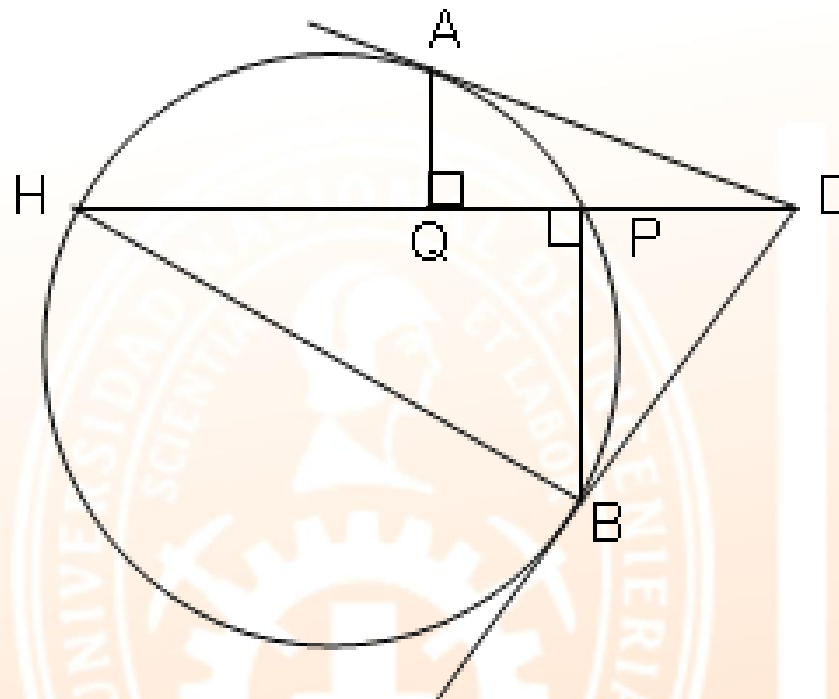
$$e = C \cup \text{Int}(C)$$



$$S = \pi R^2$$

EJERCICIO 01

En la figura, A y B son puntos de tangencia. Si $AQ = QP = DP = 1$ m, entonces el área (en m^2) del círculo es


A) 4π

B) 5π

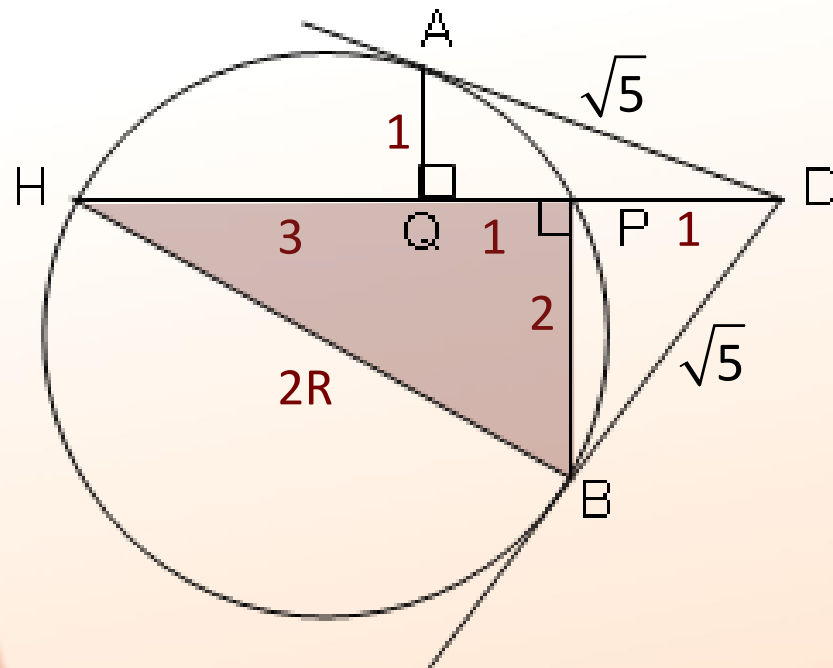
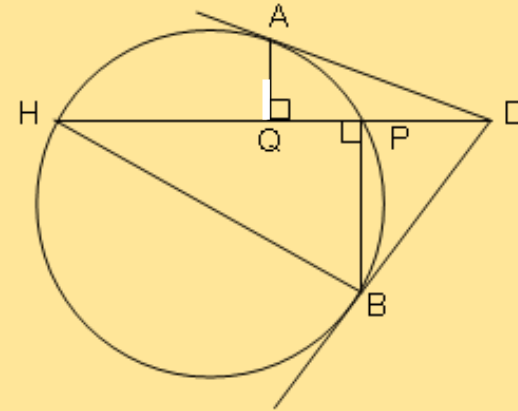
C) 6π

D) 8π

E) 9π

RESOLUCIÓN 01

En la figura, A y B son puntos de tangencia. Si $AQ = QP = DP = 1$ m, entonces el área (en m^2) del círculo es



Sea S el área del círculo.

- Teorema de la tangente:

$$\sqrt{5}^2 = HD \quad (1)$$

$$HD = 5 \rightarrow HQ = 3$$

- ΔBPH , teorema de Pitágoras:

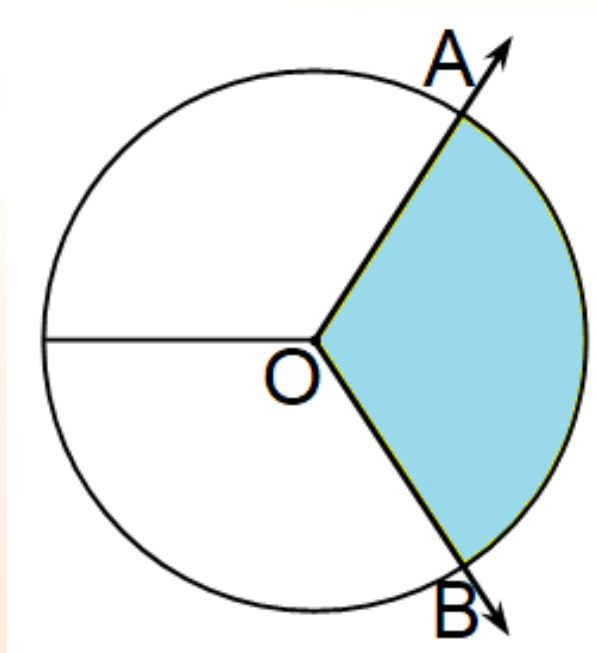
$$R = \sqrt{5}$$

- $S = \pi R^2 = 5\pi$

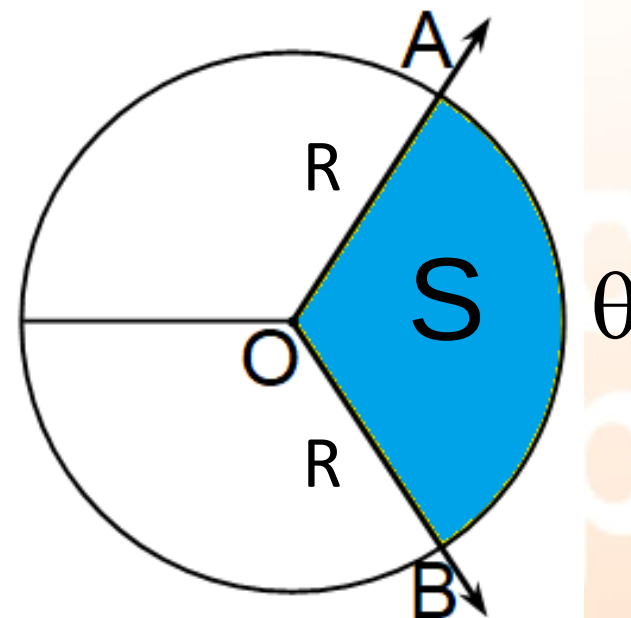
Clave: B

SECTOR CIRCULAR

Es la parte de un círculo determinada por un ángulo central de la circunferencia y el arco correspondiente.



Teorema.- El área de un sector circular de longitud de radio R y cuyo arco correspondiente mide θ , es

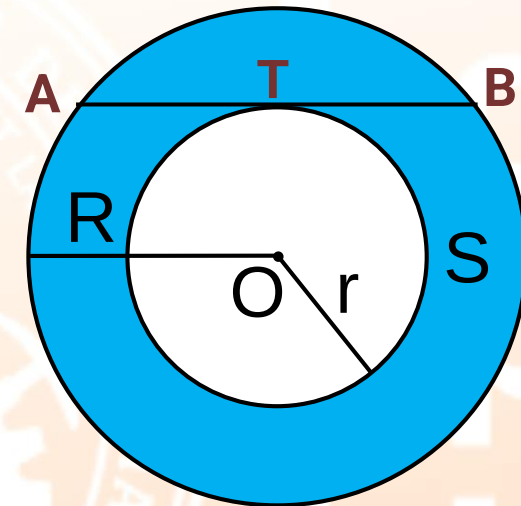
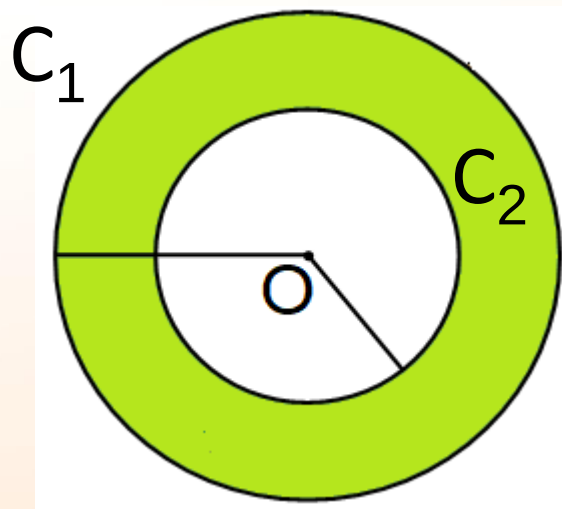


$$S = \left(\frac{\theta}{360} \right) \pi R^2$$

CORONA CIRCULAR

Es la región plana determinada por dos circunferencias concéntricas.

Teorema.- El área de una corona circular determinada por dos circunferencias de longitudes de radios R y r , es



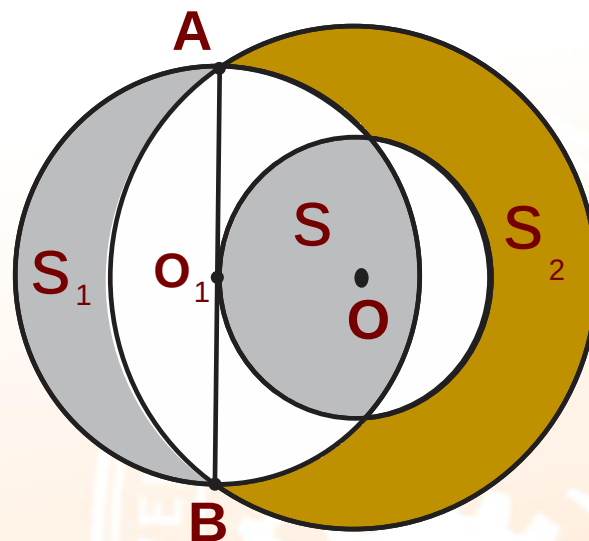
corolario

$$S = \pi(R^2 - r^2)$$

$$S = \pi AB^2 / 4$$

EJERCICIO 02

En la figura, O_1 es centro de la circunferencia y también es un punto de tangencia. O es el centro de las otras dos circunferencias. Si $S_1 = 5 \text{ m}^2$ y $S_2 = 8 \text{ m}^2$, entonces S (en m^2) es



A) 6

B) 5

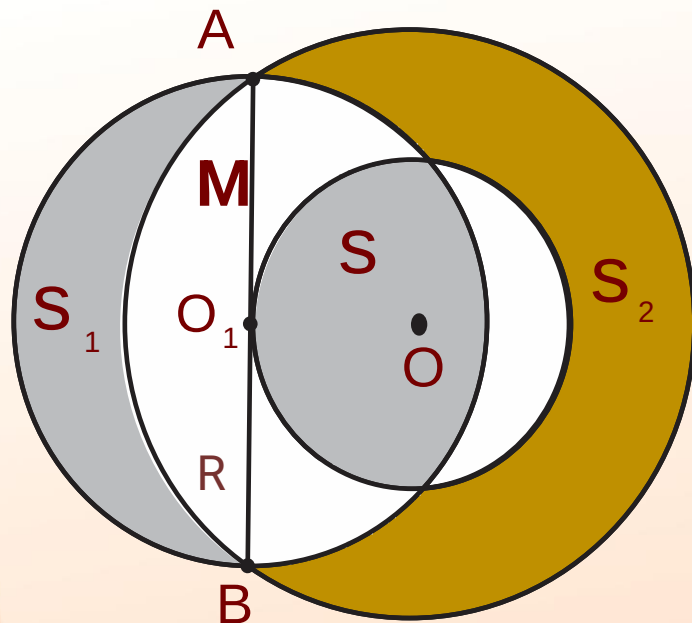
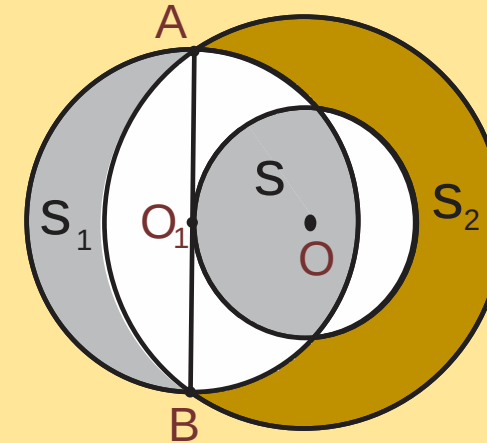
C) 7

D) 4

E) 3

RESOLUCIÓN 02

En la figura, O_1 es centro de la circunferencia y también es un punto de tangencia. O es el centro de las otras dos circunferencias. Si $S_1 = 8\text{ m}^2$ y $S_2 = 5\text{ m}^2$, entonces S (en m^2) es



Piden S

- Datos: $S_1 = 5\text{ m}^2$ y $S_2 = 8\text{ m}^2$
- $S_1 + M + S = \pi R^2 \dots (1)$
- $S_2 + M = \pi(2R)^2/4 = \pi R^2 \dots (2)$
- $(1) = (2): S_1 + M + S = S_2 + M$

$$S = S_2 - S_1$$

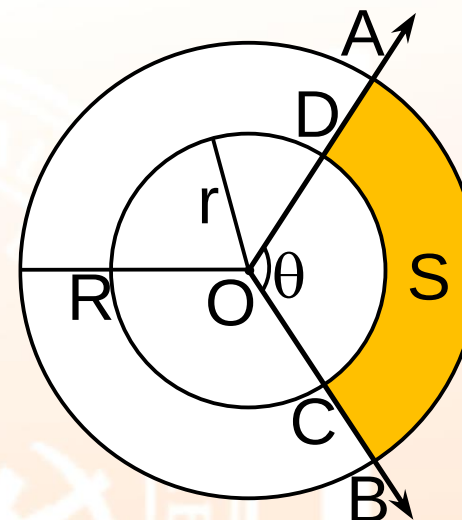
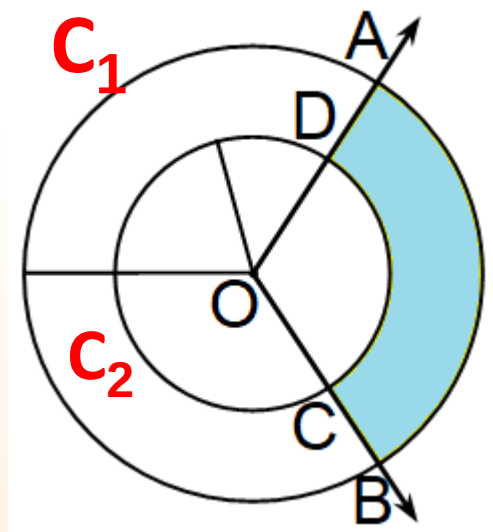
$$S = 3$$

Clave: E

TRAPECIO CIRCULAR

Es la parte de una corona circular, determinada por un ángulo central y los arcos correspondientes.

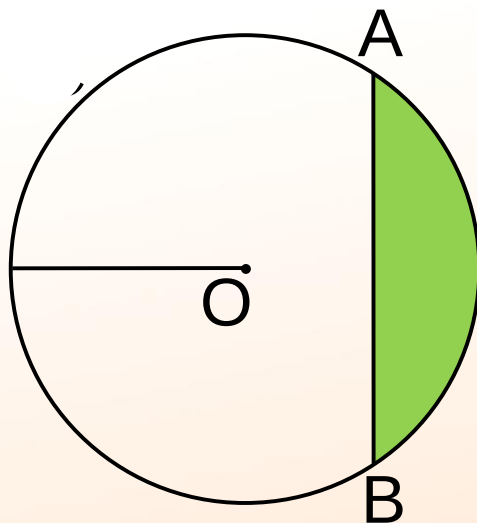
Teorema.- El área de un trapecio circular, cuyo ángulo central mide θ y con longitudes de radio R y r , es



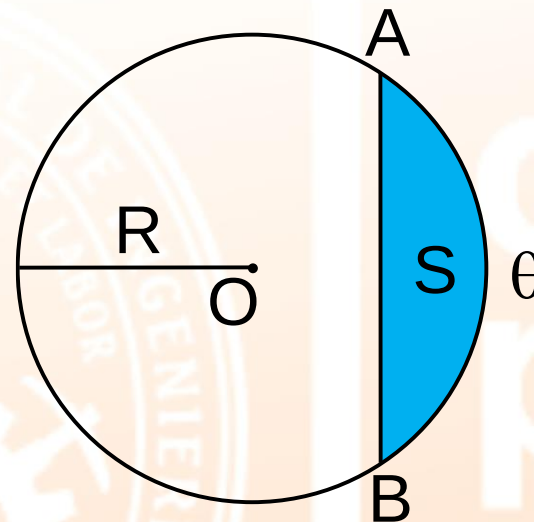
$$S = \left(\frac{\theta}{360} \right) \pi (R^2 - r^2)$$

SEGMENTO CIRCULAR

Es la parte de un círculo, determinada por una cuerda de la circunferencia correspondiente.



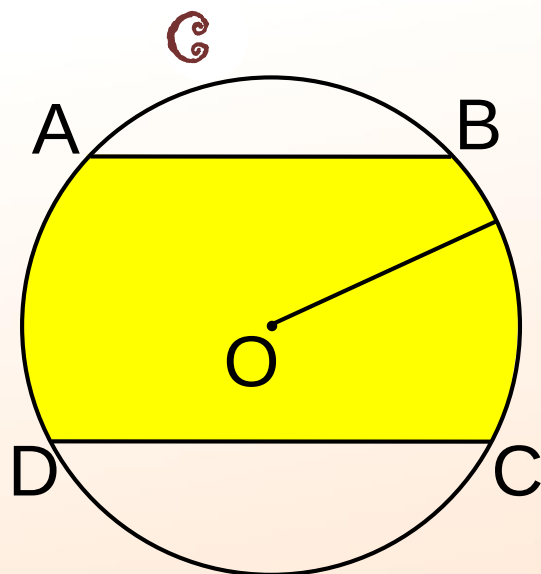
Teorema.- El área de un segmento circular menor, cuyo arco correspondiente mide θ y con longitud de radio R , es



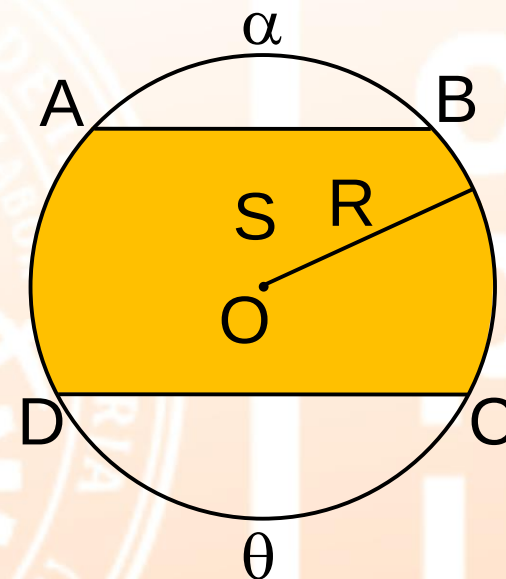
$$S = \left(\frac{\theta}{360} \right) \pi R^2 - \frac{1}{2} R^2 \text{sen} \theta$$

FAJA CIRCULAR

Es la parte de un círculo, determinada por dos cuerdas paralelas



Teorema.- El área de una faja circular que contiene al centro de la circunferencia, determinada por dos cuerdas paralelas cuyos arcos menores correspondientes miden α y θ , y de longitud de radio R es



$$S = \left(1 - \frac{\alpha + \theta}{360}\right) \pi R^2 + \frac{1}{2} R^2 (\operatorname{sen} \alpha + \operatorname{sen} \theta)$$



ce
pre
UNI

TEORÍA

Geometría

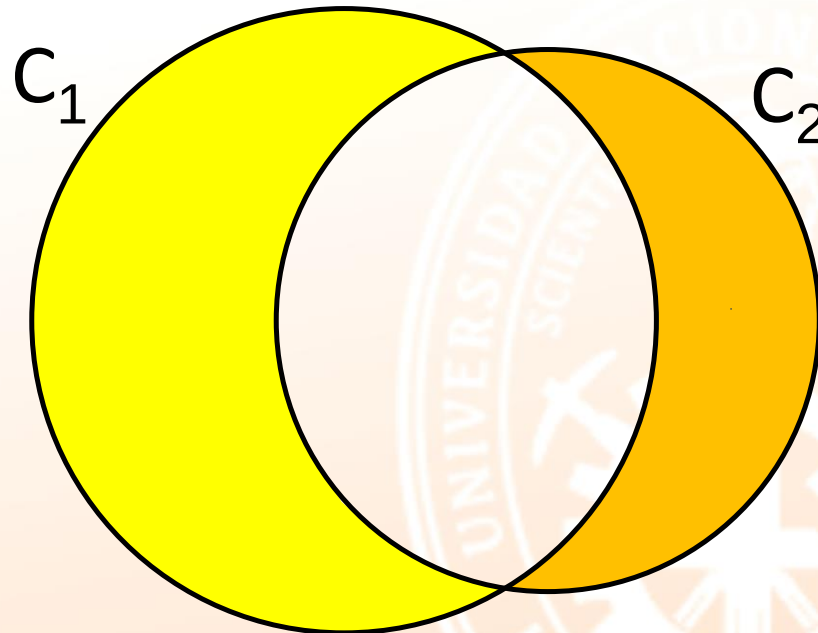
LÚNULAS Y HOJAS
CIRCULARES

CICLO
PRE
2024-I



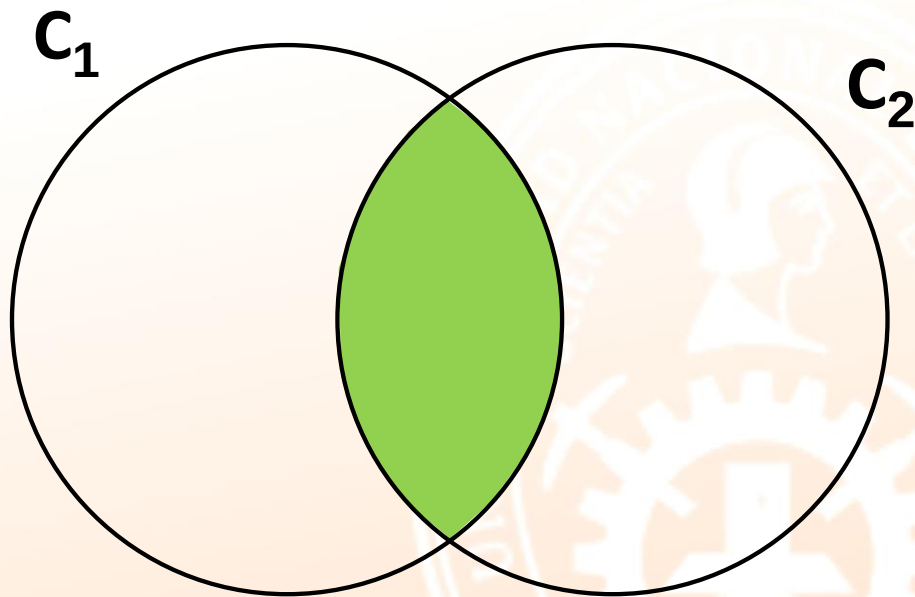
LÚNULA

Es una región plana no convexa, determinada por dos circunferencias secantes.

ce
pre
UNI

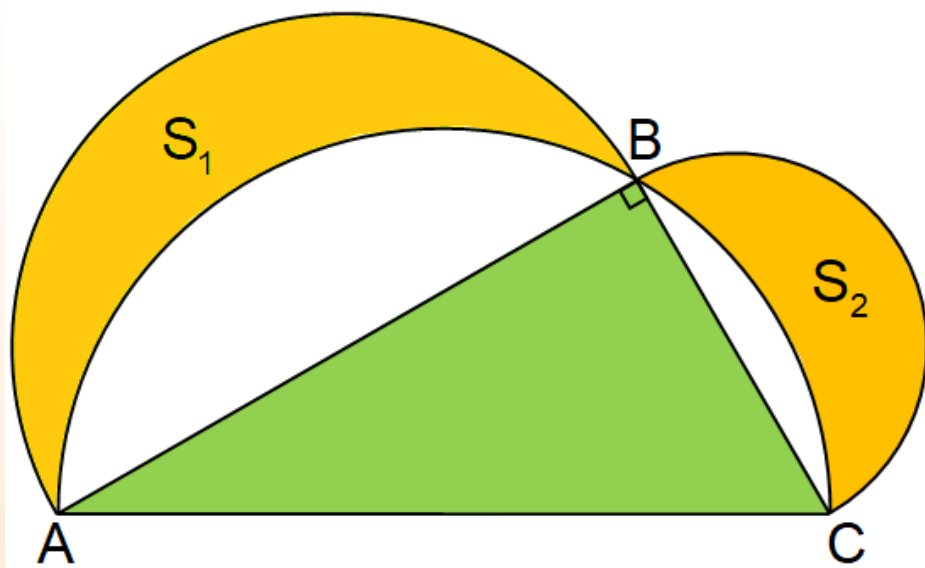
HOJA CIRCULAR

Es la región plana convexa, determinada por dos circunferencias congruentes, secantes entre sí.



LÚNULAS DE HIPÓCRATES

Teorema.- El área de la región triangular, en un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas de las lúnulas, determinadas por las semicircunferencias que tienen como diámetros a los catetos del triángulo.



$$S_{ABC} = S_1 + S_2$$

EJERCICIO 03

Un rectángulo ABCD está inscrito en una circunferencia, exteriormente al rectángulo se trazan cuatro semicircunferencias cuyos diámetros son los lados del rectángulo. Si la suma de las áreas de las lúnulas determinadas por la circunferencia y las cuatro semicircunferencias es $64 u^2$, entonces el área (en u^2) de la región rectangular ABCD es

A) 32

B) 36

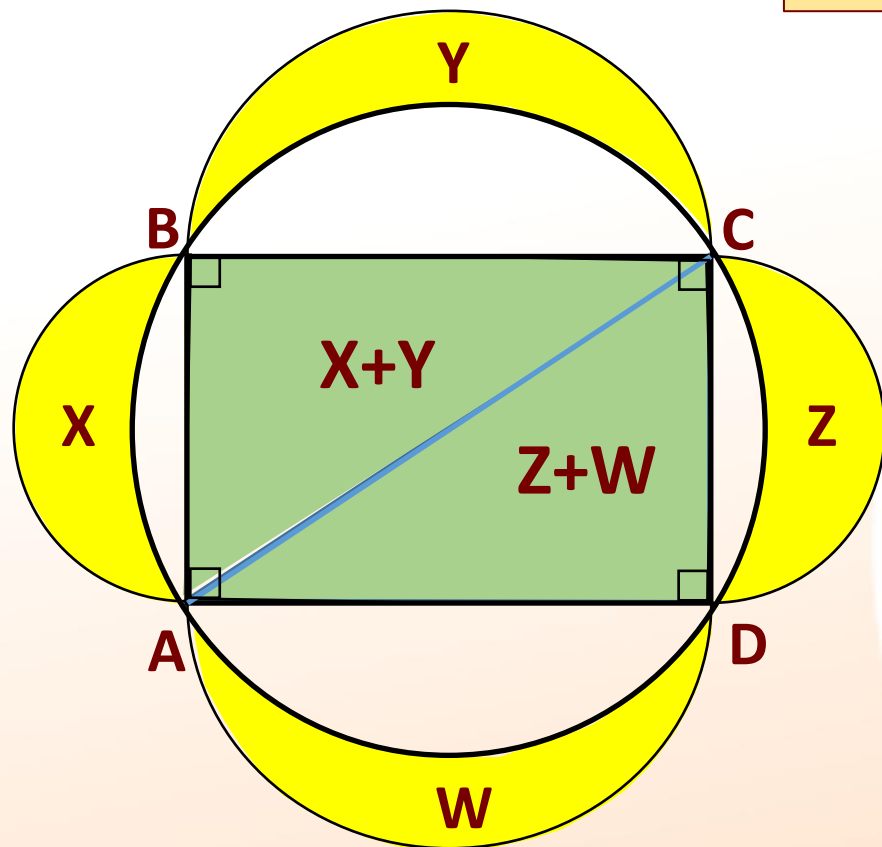
C) 48

D) 54

E) 64

RESOLUCIÓN 03

Un rectángulo ABCD está inscrito en una circunferencia, exteriormente al rectángulo se trazan cuatro semicircunferencias cuyos diámetros son los lados del rectángulo. Si la suma de las áreas de las lúnulas determinadas por la circunferencia y las cuatro semicircunferencias es 64 u^2 , entonces el área (en u^2) de la región rectangular ABCD es



- Dato: $X + Y + Z + W = 64$
 - $S_{ABC} = X + Y$
 - $S_{ADC} = Z + W$
 - $S_{ABCD} = X + Y + Z + W$
- $S_{ABCD} = 64$

Clave: E